



UMA DIFERENCIAÇÃO EPISTÊMICA ENTRE SENTENÇAS MATEMÁTICAS A PARTIR DO CONCEITO FREGEANO DE SENTIDO¹

Elias Ferreira Marques Júnior

Mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Estadual
Vale do Acaraú
eliasfmj07@gmail.com

RESUMO: O presente trabalho aborda a diferencia entre os níveis de agregação de conhecimento possíveis em sentenças matemáticas. Neste contexto, procurou-se ilustrar como a análise de enunciados matemáticos pode fornecer diferentes tipos de informações. Para isso empregou-se como metodologia uma reconstrução do argumento fregeano contra o modelo de referência direta. Nesta argumentação, defende-se a existência de um elemento intermediário, chamado sentido (*Sinn*), que realiza a mediação entre o sinal e sua referência. Nesta estruturação, considera-se idealmente que diferentes sinais podem expressar um mesmo sentido, diferentes sentidos podem denotar uma mesma referência, mas um mesmo sentido não deve denotar mais de uma referência e um mesmo sinal não deve expressar mais de um sentido. Tomando-se esta estrutura por base, percebeu-se que, quanto ao conteúdo informativo dos enunciados matemáticos, pode-se ter: mera reprodução do princípio de identidade, reprodução de regras sintáticas ou agregação de conhecimento particular.

Palavras-chave: Frege. Sentido. Matemática.

¹ Esta pesquisa foi financiada através de bolsa de mestrado concedida pela CAPES.

Introdução

Dentro do âmbito da filosofia da linguagem, um passo fundamental foi dado por Frege em seu texto “Sobre o sentido e a referência” (1978), ao questionar a adequação do modelo de referência direta. Este questionamento alicerça-se na necessidade de diferenciação do valor epistêmico entre os enunciados triviais e os enunciados informativos de identidade. Seguindo o paradigma de referência direta, a relação entre a linguagem e a realidade, no que tange à função referencial, possui apenas dois elementos, o objeto e a expressão linguística que lhe faz referência. Neste contexto, salienta-se que os sinais que constituem as expressões linguísticas são elementos significativos por convenção. Isto significa que o conteúdo semântico não é identificável com o sinal, visto que a relação entre eles é estabelecida apenas dentro de um dado sistema linguístico. Este fato torna-se evidente, por exemplo, quando se observa o processo de tradução. Ao proferir uma sentença equivalente em idiomas diferentes, percebe-se que, apesar da sequência de sinais empregados ser distinta, um mesmo estado de coisas pode ser reconhecido por usuários competentes das línguas. Logo, o possível valor epistêmico de uma sentença não reside nos sinais, mas naquilo que pode ser reconhecido a partir deles.

Ora, se houver apenas os sinais e as referências, como sugere o modelo de referência direto, e, como foi visto, não razoável atribuir o valor epistêmico ao nível dos sinais, então é forçoso neste quadro teórico aceitar que o valor epistêmico resida no nível das referências. No entanto, no caso dos enunciados de identidade tidos como verdadeiros, é necessário que a referência de ambos os membros da igualdade seja a mesma. Neste cenário, tanto os enunciados da forma $A = A$ quanto $A = B$, se forem verdadeiros, devem ter uma mesma referência R sinalizada por ambos os membros da igualdade, de modo que elas signifiquem $R = R$ em ambos os casos. Todavia, é notório que a possibilidade de agregação de conhecimento para os enunciados da forma $A = A$ não é equivalente à dos enunciados da forma $A = B$. A questão que se impõe neste ponto é “como se justifica a diferença quanto a possibilidade de agregação de conhecimento entre enunciados de identidade?”. Diante desta questão,

buscaremos empregar a resposta fregeana ao caso específico das sentenças matemáticas.

Materiais e métodos

Inicialmente, procedemos com o estudo e reconstrução do argumento fregeano contra o modelo de referência direta, como foi posto na introdução deste trabalho. Em seguida, efetuamos a explicação da estrutura proposta por Frege para descrever a relação entre os sinais, os sentidos e as referências dentro de uma linguagem ideal. E, por fim, empregamos esta distinção para diferenciar o tipo de informação obtido a partir de sentenças matemáticas, tomando especificamente o caso das equações.

Resultados e discussões

A resposta fregeana para esta questão, contrariando o modelo de referência direta, postula a existência de um elemento intermediário entre o sinal e a referência, chamado sentido (*Sinn*). Nesta perspectiva, o sentido de expressões linguísticas referenciais, referidas em nosso trabalho como termos singulares, seria o modo de apresentação dos objetos de referência. Nesta estruturação, uma linguagem perfeita permitiria que diferentes sinais expressassem um mesmo sentido e diferentes sentidos denotassem, caso existisse, uma mesma referência, sem que, no entanto, um mesmo sentido denotasse mais de uma referência ou um sinal denotasse mais de um sentido. Não entraremos na discussão acerca do estatuto ontológico dos números,² mas para realizar uma primeira ilustração do seria um modo de apresentação, tomaremos como exemplo expressões matemáticas, visto que a linguagem matemática se aproxima da estruturação idealizada. Neste caso, trataremos os números como objetos de referência.

Tomemos as sentenças expressas em linguagem natural, mais especificamente em língua portuguesa, pelas sequências de sinais “quatro é igual a quatro”, “dois mais dois é igual a dois mais dois”, “duas

² Neste quadro teórico os números são tidos como objetos, de modo que as expressões matemáticas que os referenciam são tratadas como termos singulares.

vezes dois é igual a dois ao quadrado" e "dois mais dois é igual a dois ao quadrado". Empregando-se a sintaxe matemática, estas sentenças podem ser representadas pelas sequências de sinais " $4=4$ ", " $2+2=2+2$ ", " $2\cdot 2=2^2$ " e " $2+2=2^2$ ", respectivamente. Nesta passagem já se verifica o aspecto convencional dos sinais empregados para a representação das sentenças. Uma vez que o conteúdo informado pelas sequências de sinais da língua portuguesa não difere do conteúdo informado por suas equivalentes na linguagem matemática. Em todas os enunciados de identidade exemplificados temos o número 4 como objeto de referência para ambos os membros da igualdade.

Ao se analisar o primeiro e o segundo caso, temos enunciados do tipo " $A = A$ ", visto que os sinais e, conseqüentemente, o sentido expresso por eles são os mesmos para ambos os membros da igualdade. Neste caso, apesar de ocorrer uma variação no modo de apresentação do número 4 entre as sentenças, isoladamente elas indicam apenas que algo é igual a ele mesmo, não importando o que é este algo. Logo, não se verifica uma possível agregação de conhecimento, já que nenhuma relação fora do princípio de identidade é apresentada.

Já ao analisar " $2\cdot 2=2^2$ ", percebe-se que os sinais empregados expressam modos de apresentação diferentes. No primeiro membro, o sinal " $2\cdot 2$ " expressa uma relação de multiplicação entre os dois números 2, que resulta no número 4. Por sua vez, o sinal " 2^2 " expressa uma relação de potenciação, na qual o número 2 é elevado a segunda potência resultando também no número 4. Deste modo, cada membro estabelece um conjunto de relações distintas para referenciar o número 4. No que tange a este exemplo, um detalhe acerca de sua analiticidade pode ser acrescentado. Apesar do uso dos valores numéricos transparecer uma diferença de sentidos, ao formalizar a sentença do modo " $a\cdot a=a^2$ ", percebe-se que o conceito expresso por " a^2 " está explicitado em " $a\cdot a$ ". Logo, no terceiro exemplo encontra-se uma sentença analítica no sentido kantiano do termo. Neste caso, a variação entre os sinais apenas explicita uma regra de sintaxe matemática, expressa como $\forall x(x\cdot x=x^2)$. Portanto, neste exemplo uma possível agregação de conhecimento seria semelhante ao processo de tradução, isto é, estaria no nível da convenção linguística e não propriamente na relação entre sentidos.

Por fim, na sentença expressa por " $2+2=2^2$ ", nota-se que, semelhante ao caso anterior, os sinais que compõem os dois membros da igualdade são distintos. No primeiro membro observa-se uma relação de adição entre os dois números 2, enquanto no segundo repete-se a relação de potenciação empregada no caso anterior. Contudo, diferentemente do que se verificou na terceira sentença, ao formalizar este último caso (" $a+a=a^2$ ") não se explicita nenhuma regra de sintaxe matemática. Sendo assim, a relação de igualdade estabelecida entre os membros não deriva unicamente da forma da sentença como nos casos anteriores, mas depende dos valores empregados. Desta maneira, a relação de igualdade assegurada pela identidade das referências, subsidia a informação de que existe um x tal que $x+x=x^2$, ou ainda, que a igualdade $x+x=x^2$ é verdadeira para $x=2$.

Considerações finais

Primeiramente, notou-se com este trabalho que a postulação de um elemento de mediação entre os sinais e as referências constitui um aspecto fundamental para a justificação da diferença de valor epistêmico entre enunciados. Além disso, verificou-se que os enunciados de identidade, expressos neste trabalho na forma de equações, quanto à possibilidade de agregação de conhecimento podem encaixar-se em três casos diferentes. No primeiro ocorre apenas uma reprodução do princípio de identidade, não havendo acréscimo de informação. No segundo ocorre apenas uma variação de notação, havendo um acréscimo de informação apenas no âmbito sintático. E, no último, ocorre uma variação de sentido entre os membros, acrescento informação acerca de uma relação particular. Deste modo, apresentamos como pode ser observada a variação quanto a nível epistêmico a partir do conceito fregeano de sentido.

Referências

FREGE, G. Sobre o sentido e a referência. In: FREGE, G. *Lógica e filosofia da linguagem*. Tradução: Paulo Alcoforado. 1. ed. São Paulo: CULTRIX/EDUSP, 1978. cap. 7, p. 129-158.